

Transmissions par engrenages IV

Roues dentées cylindriques à denture hélicoïdale

Dr. S. Soubielle

S. Soubielle

1

Transmissions par engrenages IV

ME-202 – Systèmes Mécaniques



Dans ce cours, nous allons...

... Définir l'angle d'hélice

- ... Décrire les procédés de taillage permettant d'obtenir la denture hélicoïdale
- ... Définir les paramètres normalisés de la denture hélicoïdale

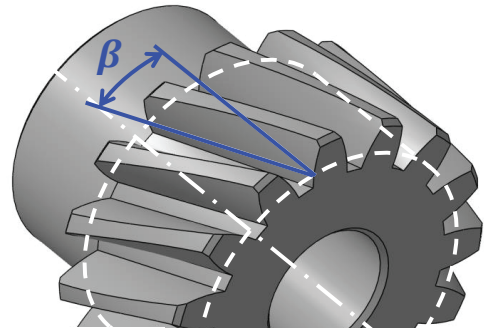
... Définir les conditions de fonctionnement

- ... Conditions d'engrènement
- ... Calcul du rapport de conduite
- ... Conditions de non-interférence

Principe de la denture hélicoïdale

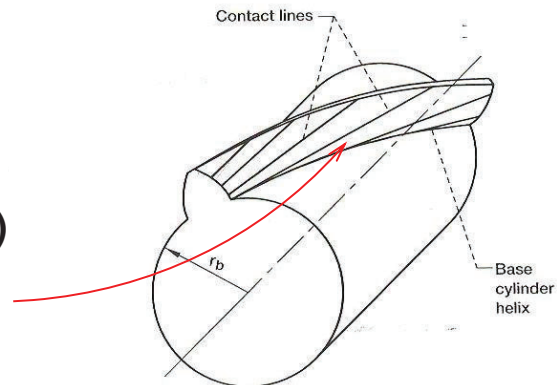
• Angle d'hélice β

- β : angle d'inclinaison de la denture par rapport à l'axe de rotation
- Mesuré sur le rayon primitif
- Valeurs usuelles $\rightarrow 15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$



• Contact dent / dent

- **Si $\beta = 0$ (denture droite)**
 \rightarrow Ligne de contact parallèle à l'axe de rotation
- **Si $\beta \neq 0$ (denture hélicoïdale)**
 \rightarrow Lignes de contact inclinées par rapport à l'axe de rotation



Taillage de la denture hélicoïdale (1/4)

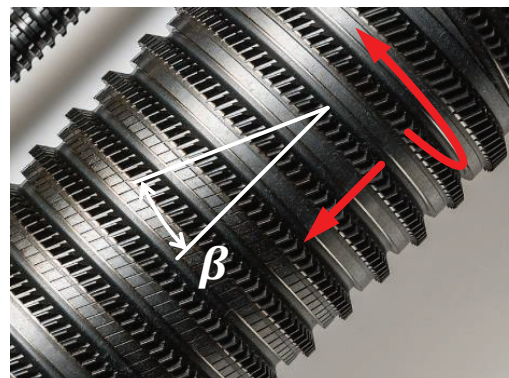
• Par fraise module

Angle β obtenu par inclinaison de l'axe de la fraise vs. axe de l'ébauche



• Par brochage

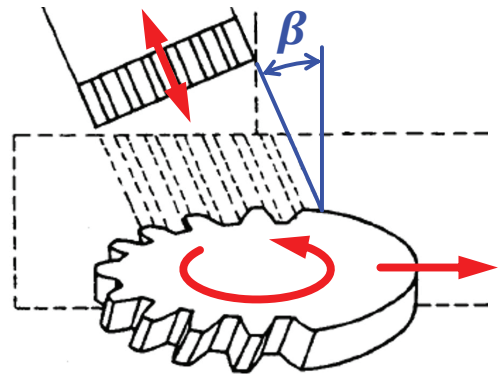
- Uniquement pratiqué sur denture intérieure
- Angle β obtenu par...
 \rightarrow Utilisation d'un outil de brochage à denture hélicoïdale
 \rightarrow Mouvement de rotation + translation lors du passage de l'outil



Taillage de la denture hélicoïdale (2/4)

- **Par outil crémaillère**

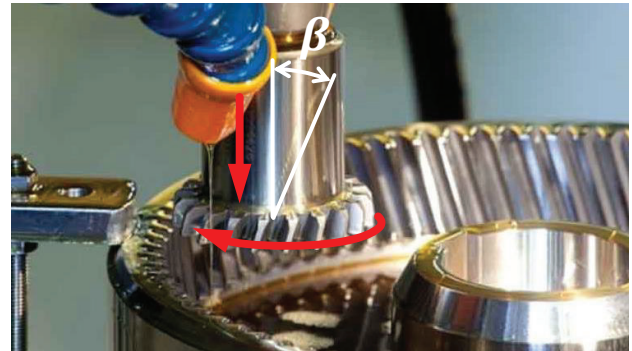
Angle β obtenu par inclinaison de l'outil crémaillère vs. l'axe de rotation de l'ébauche



- **Par outil pignon**

Angle β obtenu par...

- Utilisation d'un outil à denture hélicoïdale
- Mouvement combiné de rotation + translation lors du mortaisage

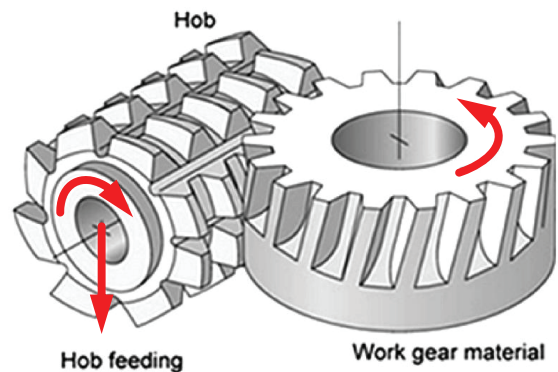


Taillage de la denture hélicoïdale (3/4)

- **Par fraise-mère**

Angle β obtenu par combinaison...

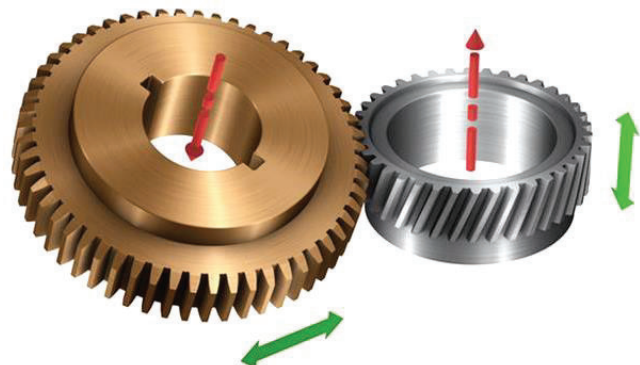
- De l'angle d'hélice de l'outil
- De l'inclinaison de l'outil par rapport à l'ébauche



- **Par « skiving »**

Angle β obtenu par combinaison...

- De l'angle d'hélice de l'outil
- De l'inclinaison de l'outil par rapport à l'ébauche



Taillage de la denture hélicoïdale (4/4)

- **Par contournage sur fraiseuse multi-axes**

Angle β obtenu directement par les trajectoires de l'outil (programme CNC)



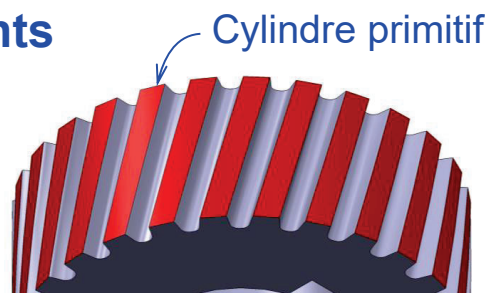
Paramètres géométriques (1/2)

- **Supposons qu'on rabote les dents pour $d > \text{dia. primitif}$**

→ p_n : pas normal (ou « réel »)

→ β : angle d'hélice

→ p_t : pas apparent, avec $p_t = p_n / \cos \beta$

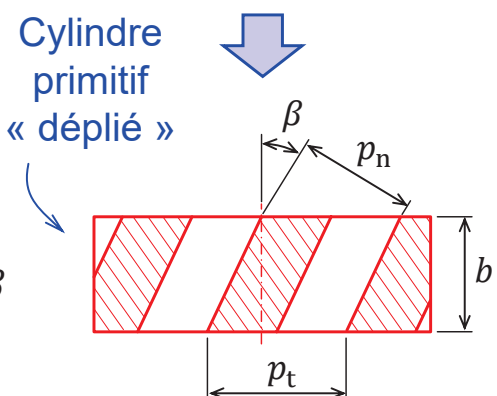


- **De même, on définit**

- m_n : module normal (ou « réel »)
avec $m_n = p_n / \pi$

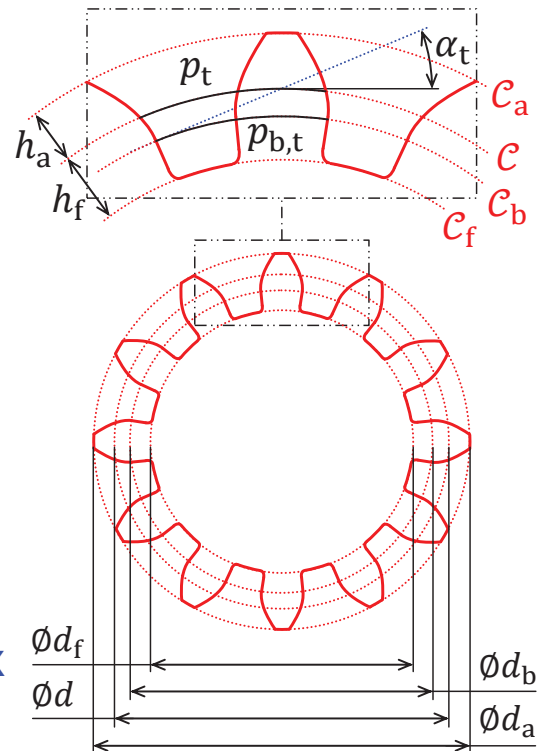
- m_t : module apparent
avec $m_t = p_t / \pi = m_n / \cos \beta$

- ψ : largeur de dent normalisée
avec $\psi = b / m_n$



Paramètres géométriques (2/2)

- p_t : pas apparent
- d : diamètre primitif
 $\rightarrow d = m_t \cdot Z = m_n / \cos \beta \cdot Z$
- d_b : diamètre de base
 $\rightarrow \alpha_t$: angle de pression apparent
 $\rightarrow d_b = d \cdot \cos \alpha_t$
 $\rightarrow p_{b,t} = p_t \cdot \cos \alpha_t$
- $h_a = m_n$: hauteur de saillie
 \rightarrow Diamètre de tête : $d_a = d + 2 \cdot m_n$
- $h_f = 1,25 \cdot m_n$: hauteur de creux
 \rightarrow Diamètre de pied : $d_f = d - 2,5 \cdot m_n$



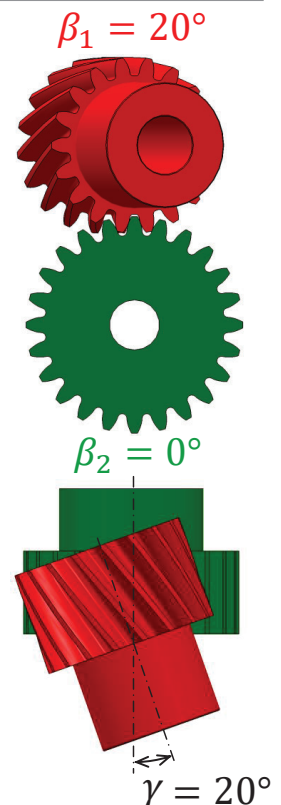
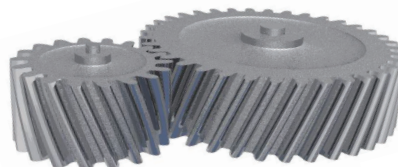
S. Soubielle

9

Conditions d'engrènement

- **Condition sur le module normal m_n**
 Doit être le même sur les 2 roues
 $\rightarrow m_{n1} = m_{n2} = m_n$
- **Condition sur les angles d'hélice**
 - Soit γ : angle entre les 2 axes de rotation
 \rightarrow Il faut $\beta_1 + \beta_2 = \gamma$
 \rightarrow Entraxe a :

$$a = \frac{m_{t1} \cdot Z_1 + m_{t2} \cdot Z_2}{2} = \frac{m_n}{2} \cdot \left(\frac{Z_1}{\cos \beta_1} + \frac{Z_2}{\cos \beta_2} \right)$$
 - Si axes parallèles
 \rightarrow Il faut $\beta_2 = -\beta_1$

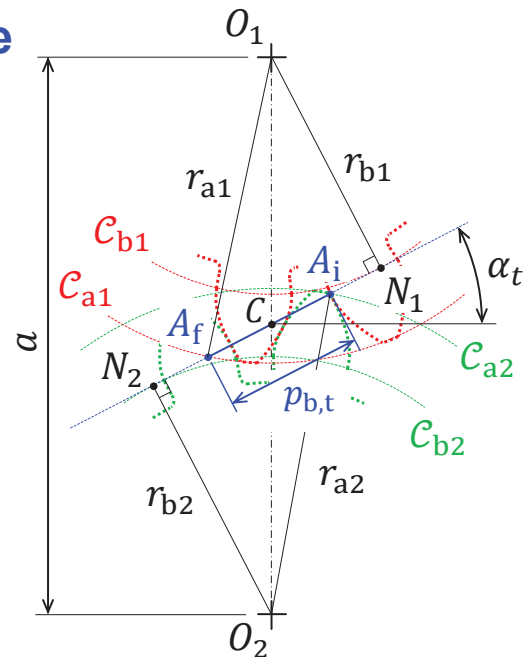


Rapport de conduite ε , si axes // (1/3)

- $\varepsilon_{\alpha t}$: Rapport de conduite d'une « épaisseur élémentaire » d'engrenage

→ Calcul identique à ε_α (denture droite), mais avec :

- $\alpha \rightarrow \alpha_t$
- $p_b \rightarrow p_{b,t}$



$$\rightarrow \varepsilon_{\alpha t} = \frac{1}{p_{b,t}} \cdot \left[\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_t \right]$$

Rapport de conduite ε , si axes // (2/3)

- Expression de $\varepsilon_{\alpha t}$ (suite)

– Denture normalisée

$$\rightarrow p_{b,t} = p_t \cdot \cos \alpha_t = \frac{p_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta}$$

$$\rightarrow r_a = r + m_n = \frac{m_t \cdot Z}{2} + m_n = m_n \cdot \left(\frac{Z}{2 \cos \beta} + 1 \right)$$

$$\rightarrow r_b = r \cdot \cos \alpha_t = \frac{m_t \cdot Z}{2} \cdot \cos \alpha_t = \frac{m_n \cdot Z}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t$$

$$\rightarrow a = \frac{m_t}{2} \cdot (Z_1 + Z_2) = \frac{m_n}{2 \cdot \cos \beta} \cdot (Z_1 + Z_2)$$

– Résolution

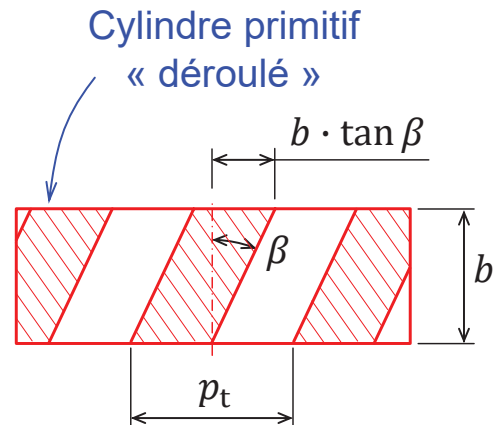
$$\varepsilon_{\alpha t} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{Z_1 + 2 \cdot \cos \beta}{2 \cdot \cos \alpha_t} \right)^2 - \frac{Z_1^2}{4}} + \sqrt{\left(\frac{Z_2 + 2 \cdot \cos \beta}{2 \cdot \cos \alpha_t} \right)^2 - \frac{Z_2^2}{4}} - \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \tan \alpha_t \right]$$

Rapport de conduite ε , si axes // (3/3)

- ε_β : Composante additionnelle

Effet de l'angle d'hélice β
combiné à la largeur
de denture b

$$\rightarrow \varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \tan \beta}{p_t} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n} = \frac{\psi \cdot \sin \beta}{\pi}$$



- Rapport de conduite total : $\varepsilon = \varepsilon_{\alpha t} + \varepsilon_\beta$

⚠ Expression valable uniquement si configuration de montage
avec axes parallèles

Conditions de non-interférence

- Si Z_1 fixé

\rightarrow Il faut $(Z_2)_{\min} < Z_2 < (Z_2)_{\max}$, avec

$$(Z_2)_{\min} = \left(\sqrt{Z_1^2 + 4 \cdot \frac{1 + Z_1}{\sin^2 \alpha_n}} - Z_1 \right) \cdot \cos^3 \beta \quad \text{et} \quad (Z_2)_{\max} = \frac{\left(\frac{Z_1 \cdot \sin \alpha_n}{2 \cdot \cos^3 \beta} \right)^2 - 1}{1 - \frac{Z_1 \cdot \sin^2 \alpha_n}{2 \cdot \cos^3 \beta}}$$

- Si $Z_1 = Z_2 = Z_0$

\rightarrow Il faut $Z_0 > (Z_0)_{\min}$, avec

$$(Z_0)_{\min} = \frac{2}{X} \cdot \frac{\sqrt{1 + X \cdot \sin^2 \alpha_n} + 1}{\sin^2 \alpha_n} \quad \text{et} \quad X = \frac{2}{\cos^3 \beta} + \frac{1}{\cos^6 \beta}$$

- Si $Z_1 \rightarrow \infty$ (crémaillère)

\rightarrow Il faut $Z_2 > Z_{\min}$ avec $Z_{\min} = \frac{2}{\sin^2 \alpha_n} \cdot \cos^3 \beta$

Efforts de transmission (1/2)

- On suppose $\eta = 1$

→ La force transmise est \perp au contact dent sur dent

- F_n : force de contact dent / dent

→ 3 composantes : F_t , F_a et F_r

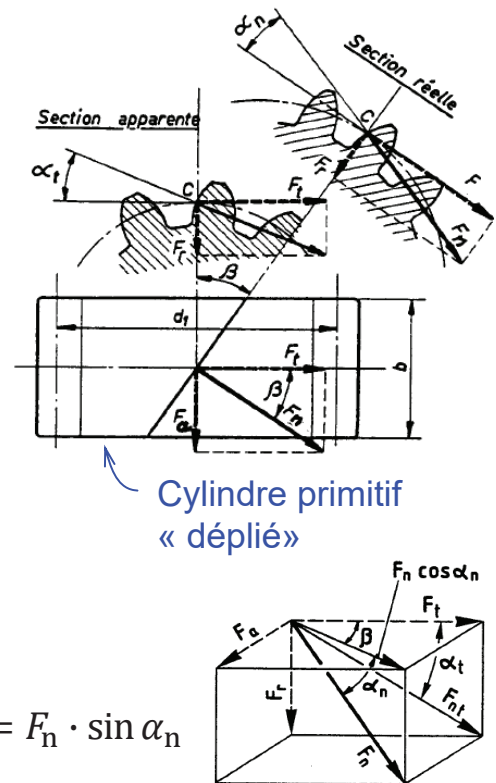
- F_t : composante orthoradiale (tangente au cercle primitif)

→ Utile pour transmettre le couple C

→ $F_t = C/r$

- F_a : comp. axiale → $F_a = F_t \cdot \tan \beta$

- F_r : comp. radiale → $F_r = F_t \cdot \tan \alpha_t = F_n \cdot \sin \alpha_n$



15

Efforts de transmission (1/2)

- Expressions de F_n

$$\rightarrow F_n = \frac{F_t}{\cos \beta \cdot \cos \alpha_n} = \frac{C}{r \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_n}$$

- Relation entre α_t , α_n , et β

– On peut remarquer que : $F_n = \frac{F_t}{\cos \beta \cdot \cos \alpha_n} = \frac{F_r}{\sin \alpha_n}$

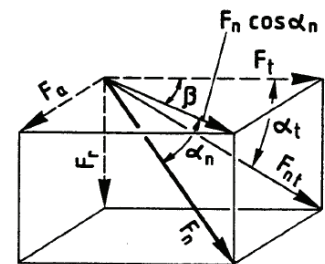
– Pour rappel, on a trouvé : $F_r = F_t \cdot \tan \alpha_t$

– Finalement → $\alpha_t = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right)$

- Validité des calculs vs. hypothèse $\eta = 1$

Dans la pratique $\eta = 0,96 - 0,98$ (si engrenage lubrifié)

→ Expressions F_t , F_a , et F_r proches de la réalité



16

Exercice d'application



Calculer la valeur minimale ($\in \mathbb{N}$) d'angle d'hélice β permettant d'usiner sans interférence une roue dentée normalisée de 13 dents avec crémaillère de taillage. En déduire l'angle de pression apparent, puis le rapport de conduite correspondant si $Z_1 = Z_2 = 13$ et $\psi = 7$.

Dimensionnement de la dent (module m_n)

• Condition de résistance en flexion

$$\rightarrow m_n \geq m_{F-\min} = 2,22 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot Y}{Z_1 \cdot \psi \cdot \sigma_{F-Adm}}}$$

→ Expression identique à celle de la denture droite

→ L'angle d'hélice β n'a pas d'effet sur la contrainte en flexion

• Condition de résistance au contact dent / dent

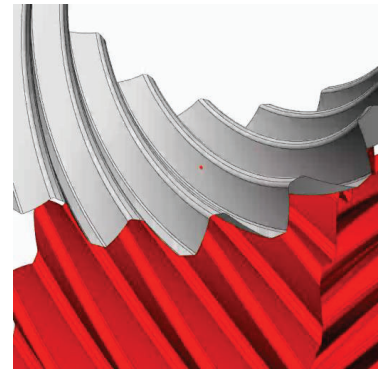
$$\rightarrow m_n \geq m_{H-\min} = 1,30 \cdot \sqrt[3]{\frac{C_1 \cdot E \cdot \cos^2 \beta}{Z_1 \cdot \psi \cdot \sigma_{H-Adm}^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)}$$

→ Facteur $(\cos \beta)^{2/3}$ qui tend à réduire la valeur du module requis

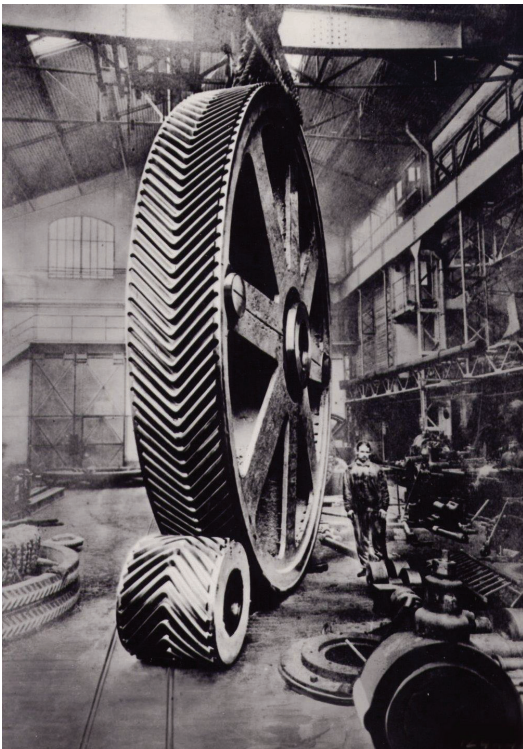
Avantages / inconvénients de β

- ✓ L'établissement du contact dent / dent est ponctuel → Plus « doux »
- ✓ Rapport de conduite plus grand
- ✓ Contraintes de contact réduites
- ✓ Configurations gauches possibles

⚠ Force axiale sur arbre de transmission



Exemples d'utilisation de denture hélic.



Boîte à vitesses automobile

← Engrenage à chevrons en V (Citroën)

Des questions ?

